

放射線科学

CT 画像の画質評価と数学

今井 國治

ヘリカルスキャン方式のCT(Computed Tomography)装置が開発されて以来、X線検出器の多列化・薄層化が急速に進み、高精細なCT画像が短時間で取得できるようになった。その反面、この多列化に伴って、患者の被ばく量が増加すると言う新たな問題が浮上し、CT検査におけるX線線量の適正化が、これまで以上に議論されるようになってきた。この適正化を検討する上で必要不可欠となるのが、CT画像の画質評価である。従来、CT画像の画質は、Modulation Transfer Function (MTF) や Noise Power Spectrum (NPS)と言った物理的評価方法を用いて定量評価されてきた。しかし、これらの方法で臨床画像や人体ファントム画像の画質評価を行うことは極めて難しく、この問題を解決するには、これらの方法とは別の定量評価法を考案する必要がある。そのためには、今一度、情報理論や数理統計学、さらに線形代数や関数論と言った数学を吟味し、その適用を再考しなくてはならない。そこで本稿では、その足掛かりとして、これまで筆者が行ってきた研究の一部を題材に、解析道具としての数学について述べたいと思う。具体的には、頭部CTファントム画像の画像ノイズ、ストリークアーチファクト、そして、鮮鋭度の定量評価において、数学と言う名の道具をどのように使用したかについてである。では、その内容を以下に概説する。

(1) 画像ノイズと Gauss 分布^(1,2)

CT画像上の画像ノイズを評価する方法として、CT値の標準偏差、いわゆる Noise SD を指標とする定量評価法がある。この方法は、標準偏差の定義式を使って、関心領域 (ROI) 内の Noise SD を求める方法で、臨床画像におけるノイズ評価で頻繁に用いられている。しかし、この評価法の適用例を見てみると、評価対象とは全く無関係な部分 (均一な部分) に ROI を設定し、その内部の Noise SD が求められている。このような適用法をとる理由として、ROI内に画像信号が含まれていると、信号部分のCT値変動が影響し、正確な Noise SD が求められないからである。では、この指標を用いて、不均一な部分のノイズ評価はできないのであろうか。一般に、画像ノイズは Gauss 分布に従うことが知

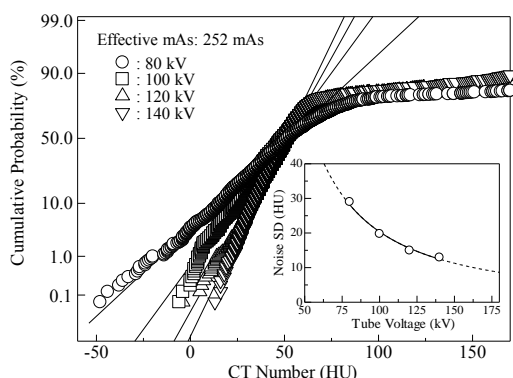


図1 Gauss 法によるノイズ評価

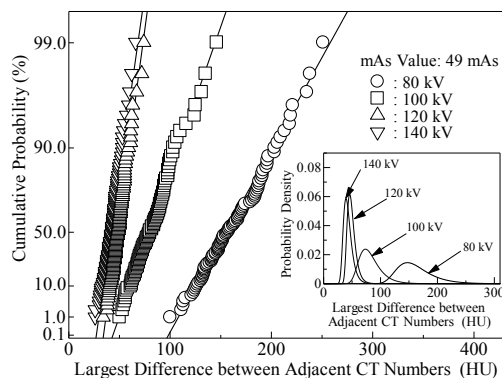


図2 Gumbel 法によるアーチファクト評価

られている。つまり、この統計学的性質を利用すれば、数学的に画像信号が分離でき、不均一な部分でもノイズ評価は可能になる。この性質を利用して解析する方法の一つに、正規確率プロットがある。（これを Gauss 法と名付けた。）この方法は、Gauss 分布に従う確率変数（関心領域内においてノイズに起因する CT 値）が正規分布確率紙上で直線分布となり、それ以外の確率変数（画像信号に起因する CT 値）は、この分布から外れると言う統計学的性質を利用した方法で、その直線分布は、(1)式で与えられる。

$$\Phi^{-1}(F(x)) = \frac{x}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma} \quad (1)$$

$\Phi^{-1}(F(x))$: CT 値 x に対する逆正規分布関数値、 μ : CT 画像の平均値、 σ : Noise SD

式中の $F(x)$ は累積確率を表しており、これは順序統計学に基づくミーンランク法もしくは対称ランク法を用いて推定できる。実際に、この方法を用いて評価した結果を図 1 に示す。この図に示されているように、CT 値 50HU 以下では直線分布となっており、この部分が画像ノイズに起因している CT 値となっている。（直線の傾きの逆数が Noise SD となる。）このように、画像ノイズの統計学的性質を利用すれば、不均一な部分でも、定量的なノイズ評価は可能となる。

(2) ストリークアーチファクトと極値分布^(2,3)

低線量 CT 検査の検討において、必ず、問題視されるのが、線状の障害陰影、つまり、ストリークアーチファクトである。通常、このアーチファクトは、視覚による評価しか行われておらず、画像ノイズのように定量評価は行われていない。その理由として、ストリークアーチファクトを定量評価する方法がないことが挙げられる。では、なぜ、ストリークアーチファクトの定量評価法が考案されていないのだろうか。このアーチファクトは、CT 画像上で、常に、画像ノイズと混在しており、その特徴量を見いだすことが困難な上、どのような統

計学的性質を持っているのかが、全く知られていない。もし、このアーチファクトの統計学的性質がわかれば、これを利用して定量評価できるのではないかと考えられる。そこで、ストリークアーチファクトを伴う領域に ROI を設定し、ヒストグラムを用いて解析したところ、当然のことながら、Gauss 分布となっており、アーチファクトに起因する CT 値変動は、その分布の尾根の部分で支配していた。つまり、この尾根の部分で数学的に解析すれば、ストリークアーチファクトの統計学的性質が明らかになる。このような状況を解析する方法の一つに、極値統計学がある。中でも、この CT 値変動のように、母集団が Gauss 分布的なものに関しては、Gumbel 分布に従うことが数学的に証明されている。この Gumbel 分布は極値漸近分布の一つで、(2)式で与えられる。

$$F(t) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{t-\beta}{\gamma}\right)\right] \quad \therefore -\ln[-\ln F(x)] = \frac{t-\beta}{\gamma} \quad (2)$$

$F(t)$: CT 値変動 t に対する累積確率、 β : 位置パラメータ、 γ : 尺度パラメータ

そこで極値統計学的解析手順に従って、ストリークアーチファクトを解析したところ、図 2 に示すように、アーチファクトに起因する CT 値変動は、(2)式に従って直線的に分布し、Gumbel 分布に従うことがわかった。それゆえ、この統計学的性質に基づくストリークアーチファクトの定量評価が可能となり、筆者は最頻値である位置パラメータを物理指標とする定量評価法を提案した。(これを Gumbel 法と名付けたが、海外の論文誌では、Imai's Index として引用された。)

(3) 鮮鋭度と Toeplitz 行列⁽⁴⁾

CT 画像の鮮鋭度を定量評価する方法に MTF がある。この方法は、点像強度分布(PSF)もしくは線像強度分布(LSF)を用いて、鮮鋭度(もしくは解像度)を評価する方法である。このことからわかるように、この方法では、臨床画像や人体ファントム画像の鮮鋭度評価は行えない。しかしながら、この評価法の基本原理である信号強度を周波数分解するという考えは、鮮鋭度を評価する上で、非常に有用である。そこで、この原理を活かした形で、臨床画像にも適用できる新たな鮮鋭度評価法を考案することにした。これまで MTF を用いて鮮鋭度を評価する場合、離散フーリエ変換の計算アルゴリズムである高速フーリエ変換(FFT)を用いて、信号強度の周波数分解が行われてきた。この方法は、データサンプル数を 2^n 個にしなくてはならないという制約がつく。一般に、臨床画像を対象とする場合、任意の大きさの ROI を設定することが多く、このような制約

があると使い勝手が悪い。では、FFT を使わずに、信号強度の周波数分解ができるのであろうか。元来、このような周波数分解は、自己相関関数を用いて行われてきた。さらに、線形代数における固有空間と言う概念を用いると、自己相関関数値 α_i で構成される対称 Toeplitz 行列が導出でき((3)式)、この行列の固有値は、各空間周波数におけるエネルギー密度を表していることが、数学的に証明されている。

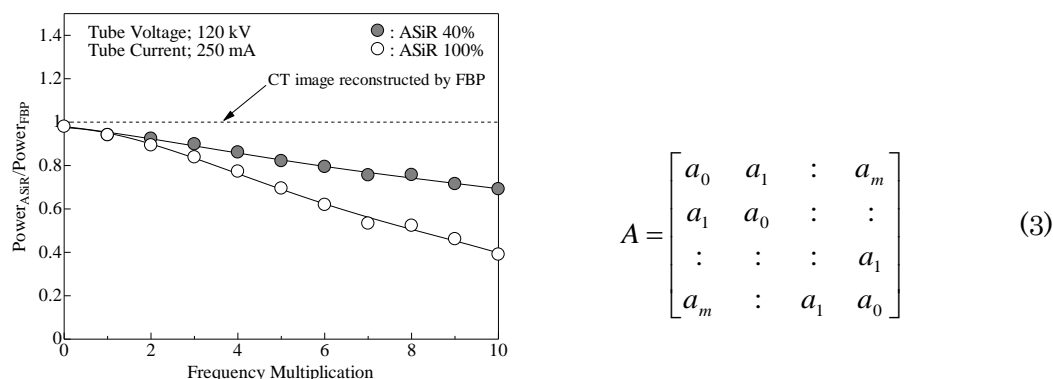


図3 Toeplitz 行列を用いた鮮鋭度評価

このことから、この方法を適用すれば、任意のサンプル数で画像信号の周波数分解ができる。そこでこの方法を基本に、新たな鮮鋭度評価法の原理を構築し、実際に、考案した方法を用いて鮮鋭度を評価した。図3は、逐次近似再構成 CT 画像を用いた一例で、相対評価ができるように、各空間周波数におけるエネルギー密度を従来の CT 画像（フィルタ補正逆投影法：FBP）の結果で規格化した。近年、逐次近似再構成 CT 画像が話題となっており、この方法で CT 画像を再構成すると、画像ノイズが格段に減少し、被ばく線量軽減に大いに役立つのではないかとされている。その一方で、この方法で再構成された CT 画像は、FBP で再構成されたものよりも不鮮鋭になると言う報告もある。実際、この図に示されているように、高周波領域でエネルギー密度がかなり小さくなっており、鮮鋭度の低下が認められる。このように、線形代数を用いることで、人体ファントム画像や臨床画像でも周波数分解が行え、これに基づく鮮鋭度評価が可能であることが実証できた。

今回、「CT 画像の画質評価と数学」と銘打って、CT 画像の画質を実践数学的に解析した。ここで例として挙げた評価結果は、CT 画像の画質を評価する上で、重要と思われる三大要因（画像ノイズ、ストリークアーチファクト、鮮鋭度）に関するもので、読者にとって何らかの有益な情報になればと言う思いで取り上げることにした。この例示した結果が、何かの参考になれば、幸いである。

最後に、本稿で採用した結果は、科研研究（基盤研究（C）、課題名：脳卒中CT画像に及ぼす線量効果、課題番号：23591814）の一部であることを付記する。

参考文献

- (1) 森政樹他, 電気学会論文誌 C, 131 巻, 11 号, p 1975-1982 (2011)
- (2) K.Imai et.al., British Journal of Radiology, doi:10.1259/bjr/63268088 (in press)
- (3) K.Imai et.al., Medical Physics Vol.36, No. 2, p492-499 (2009)
- (4) 森政樹他, 2012 年電子情報通信学会ソサエティ大会, 講演論文集 (予定)

(名古屋大学大学院医学系研究科教授・医療技術学専攻医用量子科学講座、診断情報工学研究室)